ТРОУГАО БРЗИНА

и

математичка неисправност Лоренцове трансформације у специјалној теорији релативности

Александар Вукеља
aleksandar@masstheory.org

www.masstheory.org

Август 2007

Кратак садржај

Лоренцова трансформација у оквиру специјалне теорије релативности није исправан скуп једначина. Овај рад представља општи доказ неисправности, независан од процедуре извођења.

Аутор представља ново решење под називом „Троугао брзина“, које је логички и математички исправно тумачење Лоренцове трансформације.

1. Троугао брзина

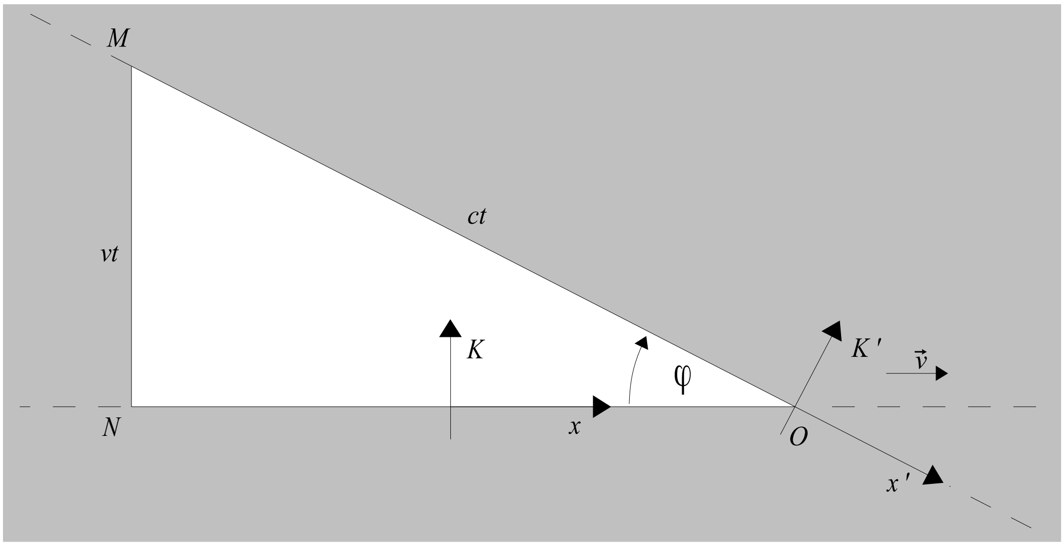
Линеарне једначине које се узимају као основа за извођење трансформације координата,

$$x' = Ax + Bt \qquad \qquad (1.1)$$
$$t' = Cx + Dt$$

имају врло просто математичко решење, које ћемо сада извести. Кључ за извођење лежи у чињеници да ове једначине не садрже информацију о томе како су x и x' координате оријентисане једна према другој.

Троугао на слици испод сачињавају два координатна система K и K' који путују дуж задатог правца константном релативном брзином v. Време постављамо на нулу у оба система у тренутку када координатни системи пролазе један поред другог ($t=0$, $t'=0$ када је $x=0$, $x'=0$).

За дефинисање троугла користимо следеће: дужина катете MN је једнака путу који је прешао K', док зрак светлости брзином c пређе дуж MO за исто време t. Идеја је да искористимо брзине v и c да дефинишемо угао између два система.



Угао ϕ је тада дефинисан са $\sin\phi = \frac{vt}{ct} = \frac{v}{c}$. Због тригонометријског односа $\sin^2\phi + \cos^2\phi = 1$ имамо:

$$\cos\phi = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad (1.2)$$

Једначина (1.2) ће играти кључну улогу у трансформацији координата (1.1) будући да она исказује како се дужине у K' односе према дужинама у K. Прву једначину из 1.1. можемо написати као:

$$x' = A(x - (-\frac{B}{A})t) \qquad (1.3)$$

За све догађаје у основи K' имамо $x'=0$ и $x=vt$. Сменом у (1.3) налазимо да брзина K' релативно према K износи $v = -\frac{B}{A}$, па (1.3) постаје:

$$x' = A(x - vt) \tag{1.4}$$

Постоји симетрија у смислу да брзина произвољне материјалне тачке у оба система мора бити иста, али супротног знака: $NO/t = -OM/t'$. Пишући ово у диференцијалној форми, добијамо:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\frac{B}{A} = -\frac{dx'}{dt'} = -\frac{d(Ax + Bt)}{d(Cx + Dt)} \tag{1.5}$$

За све догађаје у основи K, имамо $x = 0$, тако да (1.5) постаје:

$$\frac{B}{A} = \frac{B}{D} \text{ or } A = D \tag{1.6}$$

Даље, можемо другу једначину из (1.1) да напишемо у следећој форми:

$$t' = A(t + Ex) \tag{1.7}$$

где је $E = C/A$. Да би смо нашли E, уводимо догађаје у којима учествују зраци светлости. Захтевамо да трансформација мора бити валидна за све догађаје у којима важи следеће:

$$x = ct \tag{1.8}$$
$$x' = ct' \tag{1.9}$$

Ово су валидни догађаји у троуглу, као што је показано у примерима, после овог поступка извођења. Из (1.4), (1.7), (1.8) и (1.9) налазимо $E = -\frac{v}{c^2}$. Сада трансформација постаје:

$$\begin{aligned} x' &= A(x - vt) \\ t' &= A\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \end{aligned} \tag{1.11}$$

Израз изведен из (1.11) који је са њим инверзан:

$$\begin{aligned} x &= A\,(x' + vt') \\ t &= A\,\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \end{aligned} \tag{1.12}$$

Након смене (1.12) у (1.11) налазимо $A = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Приметимо да смо могли прескочити употребу (1.11) и (1.12) пошто је вредност A очигледна на основу троугла и једначина (1.2) и (1.4), пошто је $x' = (x - vt)/\cos\phi$.

Коначно са овим имамо решење које је познато као “Лоренцова трансформација”:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \; t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{1.13}$$

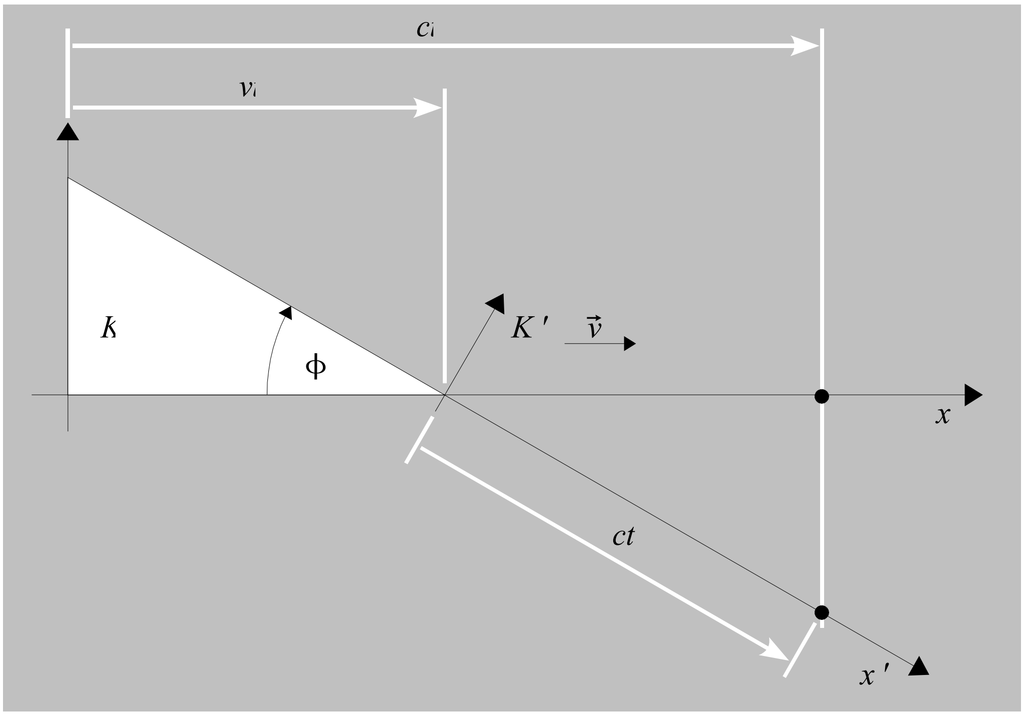
1.1. Примери

Пример 1. Троугао брзина је дефинисан са $v=0.866c$. Колики је угао између налегле катете и хипотенузе?

Видели смо у (1.2) да је косинус тог угла $\cos\phi=\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=0.5$

Према томе $\phi=\arccos 0.5=60^0$

Пример 2. Можемо илустровати случај у коме су истинита оба израза $x=ct$ и $x'=ct'$. Ове дужине су означене на вертикалној линији десно.



Слика је правилних пропорција. За њену израду искоришћено је следеће: сменом (1.9) у (1.5) и (1.9) у (1.12) налазимо:

$$x'=\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}x\,,\quad t'=\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}t$$

Са $\phi=30^0$, користећи (1.2) добијамо $\frac{v}{c}=0.5$, тако да горњи изрази постају $x'=0.577x$, $t'=0.577t$. Димензије су: $x=ct=100\,mm$, $vt=50\,mm$ и $x'=ct'=57.7\,mm$.

Различите вредности за време t и t' просто значе да у K' зрак светлости треба да пређе мању удаљеност да би услов $x'=ct'$ био задовољен, насупрот већој удаљености за коју је $x=ct$ истинито. Тако да за $x'<x$, природно имамо $t'<t$. Без познавања Лоренцове трансформације, исти резултат би добили из односа који су очигледни на слици:

$$vt+ct'\cos\phi=ct \text{ или нумерички: } 50+57.7\cdot\cos 30^0=100\,.$$

2. Математичка неисправност Лоренцове трансформације у специјалној теорији релативности

2.1 Поступак извођења Лоренцове трансформације

Лоренцова трансформација у специјалној теорији релативности се изводи за два паралелна координатна система K и K' у релативном униформном кретању, са часовницима постављеним на нулу у тренутку када K и K' пролазе један поред другог. Полазимо са очекивањем да трансформација мора бити линеарна:

$$\begin{aligned} x' &= Ax + Bt \\ t' &= Cx + Dt \end{aligned} \tag{2.1}$$

Такође се очекује, иако се то ретко наводи експлицитно, да се трансформација односи на произвољне догађаје, невезане за кретање самих координатних система. Догађај је било који пар (x, t), а циљ је да се пронађу координате (x', t').

Прва једначина из (2.1) може се написати као:

$$x' = A\left(x - \left(-\frac{B}{A}\right)t\right) \tag{2.2}$$

За све догађаје у исходишту K' имамо $x'=0$ и $x=vt$. Сменом у (2.2) налазимо да брзина K' релативно према K износи $v=-\frac{B}{A}$, па (2.2) постаје:

$$x' = A(x - vt) \tag{2.3}$$

Постоји симетрија у смислу да је брзина v система K' у односу на K једнака брзини система K у односу на K', али супротног знака. Пишући ово у диференцијалној форми, добијамо:

$$v = -\frac{B}{A} = -\frac{dx'}{dt'} = -\frac{d(Ax+Bt)}{d(Cx+Dt)} \tag{2.4}$$

За све догађаје у исходишту K, имамо $x=0$, па (2.4) постаје:

$$\frac{B}{A} = \frac{B}{D} \quad \text{или} \quad A = D \tag{2.5}$$

Даље, можемо другу једначину из (2.1) да напишемо у следећој форми:

$$t' = A(t + Ex) \tag{2.6}$$

где је $E = C/A$. Трансформација мора бити валидна за све догађаје који путују брзином светлости у односу на исходиште K':

$$x = (c+v)t \tag{2.7}$$
$$x' = ct' \tag{2.8}$$

Специјална теорија релативности тврди следеће за брзину светлости:

$$c+v=c \qquad (2.9)$$

Сменом (2.9) у (2.7) и коришћењем у изразима (2.3), (2.6) и (2.8) добијамо $E=-\frac{v}{c^2}$.

Сада транформација постаје:

$$\begin{aligned} x' &= A(x-vt) \\ t' &= A\left(t-\frac{v}{c^2}x\right) \end{aligned} \qquad (2.10)$$

Израз изведен из (2.10) који је са њим инверзан:

$$\begin{aligned} x &= A\,(x'+v\,t') \\ t &= A\,\left(t'+\frac{v}{c^2}x'\right) \end{aligned} \qquad (2.11)$$

Сменом (2.11) у (2.10) налазимо $A=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Коначно имамо решење:

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,,\ t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (2.12)$$

Постоје и другачији поступци извођења, али они представљају стилску варијацију, не суштинску, као што се може проверити у стручној литератури или на интернету.

2.2. Објашњења грешака

У извођењу Лоренцове трансформације у специјалној теорији релативности, учињене су озбиљне грешке у логици. То су увођење „инваријантног" броја, затим употреба слабе индукције да би се трансформација сматрала валидном за произвољне догађаје, и коначно тврдња да се трансформација односи на паралелне системе, иако процедура не садржи било какву информацију да подржи такав став.

Размотрићемо уочене грешке детаљно.

2.2.1. "Инваријантан" број

Пошто је брзина v у трансформацији различита од нуле, израз (2.9) значи да је c врло посебан број за који аритметика не важи. То наравно нема смисла, као што нема смисла рећи да је 2 + 1 = 2, за неки врло специјалан број 2.

Израз (2.9) је неопходан јер без њега се процедура своди на $x'=x-vt$, $t'=t$ (што је галилејева трансформација за паралелне системе). Да се не би рекло да за број c аритметика не важи, дато му је посебно име – "инваријантан" број. Ово „резоновање" је специфично само за теорију релативности, пошто математика не познаје „инваријантне" бројеве. У теоријској физици ово се скрива директно писањем једначина (2.7) и (2.8) као:

$$x = ct$$
$$x' = ct'$$

где је кључна једначина (2.9) имплицитна, док се c одмах назива “инваријантним” да би се, тобоже, објаснило зашто се брзине не сабирају.

2.2.2. Непримењивост на произвољне догађаје

Једначине (2.12) су изведене **само** за следеће класе догађаја:

$x = vt$ када је $x' = 0$,
$x = 0$ када је $x' = -vt'$
$x = ct$ када је $x' = ct'$

Сва три услова су једначине кретања, и време и сваком од њих је време које је неопходно да се пређе одређена раздаљина.

Логичка грешка специјалне теорије релативности је стизање до закључка путем **тежње ка потврђивању** (eng. confirmation bias), што је мана људског ума. Трансформација за произвољне догађаје је била **жеља**, тако да за било који пар (x, t) можемо пронаћи координате (x', t') . Затим је употребом процедуре која је ограничена на наведене класе догађаја, добијена трансформација за коју се без доказа сматра да може да се користи за било шта.

У троуглу брзина, произвољни догађаји (нпр. ако се сијалица укључи на $x=1, t=0$) немају смисао у контексту процедуре извођења, и у конфликту су са наведеним значењем времена у наведеним изразима, где се време односи на кретање, и не може бити нула за пређену раздаљину различиту од нуле ($x = vt = 0$ или $x = ct = 0$, према томе $x \neq 1$ када је $t = 0$).

2.2.3. Одсуство информације да су K и K' паралелни

На почетку процедуре, каже се да су K и K' **паралелни један с другим**, и сет линеарних једначина (2.1) је постављен као полазни став.

Пре израза (2.7), процедура не садржи информацију о углу између два система (може бити било који).

Навели смо у (2.7) да брзина зрака светлости у односу на K износи $c+v$. То је једино место у целој процедури које носи информацију да су два система паралелна.

Након што је (2.9) смењен у (2.7), израз постаје $x = ct$. Заменом $x = (c+v)t$ са $x = ct$ информација да су два система паралелна је укинута, док је тиме истовремено процедура учињена идентичном са троуглом брзина.